

力学I 中間試験

各設問とも導出過程を記すこと。「書け」と書かれている設問以外で結果のみの答えは0点とする。

問題文中に出てこない文字を用いる際は明確に定義すること。

各設問の回答に矛盾がある場合、矛盾のある回答全てを0点とする。

問題 1 二つの物体 A(質量 m_A 、位置 $\mathbf{r}_A$ 、速度 $\mathbf{v}_A$) と物体 B(質量 m_B 、位置 $\mathbf{r}_B$ 、速度 $\mathbf{v}_B$) が存在する。この二つの物体はそれぞれ力を及ぼしあっている。物体 A から B に働く力を $\mathbf{F}_{AB}$ 、物体 B から A に働く力を $\mathbf{F}_{BA}$ とする。

- (1) 作用反作用の法則を式で書け。
- (2) それぞれの物体に対する運動方程式を書け。
- (3) (1)、(2) の結果を用いて運動量保存の法則を導け。
- (4) 二つの物体の重心の位置を求め、図示せよ。
- (5) 重心の速度を求め、重心の速度が一定であることを示せ。

問題 2 一直線上を速度 v で運動する質量 m の物体がある。この物体には速度の向きと反対方向に大きさ mkv^n ($v = |v|$) の抵抗力が働いている。

- (1) 物体の運動方程式を書け。
- (2) 物体が時刻 $t = 0$ で初速度 v_0 で運動を開始した時、時刻 t での物体の速度を求めよ。 $n = 1$ の場合と $n \neq 1$ の場合に場合分けして考えること。
- (3) (2) の場合に、時刻 t での物体の位置を求めよ。 $n = 2$ の場合と $n \neq 2$ の場合に場合分けして考えること。ここで $\frac{dv}{dt} = v \frac{dv}{dx}$ を用いてよい。
- (4) 物体に抵抗力以外に力 F が働いている。この時、十分時間が経過した後の物体の速度を求めよ。

問題 3 一定の力 F を受け運動する質量 m の物体がある。この物体が時刻 $t = 0$ に位置 x_0 にあり、速度 v_0 で運動していたとする。

- (1) 運動方程式を用いて加速度を求めよ。
- (2) 時刻 t での物体の位置 x 、速度 v を求めよ。
- (3) この物体が時刻 $t = t_1$ に位置 $x = x_1$ 、 $t = t_2$ に $x = x_2$ 、 $t = t_3$ に $x = x_3$ に存在した。加速度を t_1 、 t_2 、 t_3 、 x_1 、 x_2 、 x_3 のみを用いて表せ。
- (4) x_0 、 v_0 、 F がそれぞれ

$$\mathbf{x}_0 = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}, \mathbf{v}_0 = \begin{pmatrix} v_{0x} \\ 0 \\ v_{0z} \end{pmatrix}, \mathbf{F} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ -ma \end{pmatrix},$$

(ここで a は定数、 $v_{0z} > 0$) と与えられている時、物体の軌跡を描け。また、物体の z 座標が最大値をとる時間、その座標、さらに、物体が xy 平面と交差する時間、座標を求めよ。